

Twierdzenie Pitagorasa

Dowód

Izabela Kosmala

Uniwersytet im. Adama Mickiewicza

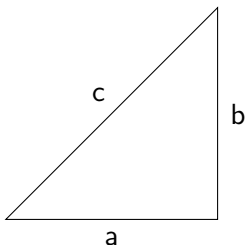
09.11.2017 r.

Twierdzenie Pitagorasa

Twierdzenie (Pitagorasa)

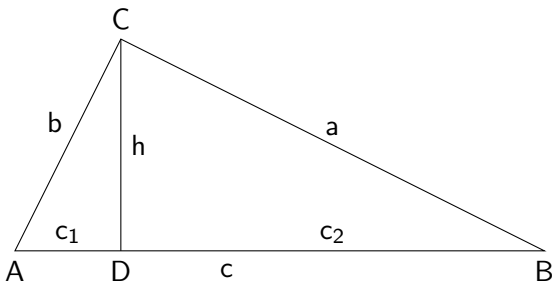
W dowolnym trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej tego trójkąta. Niech a, b oznaczają długości przyprostokątnych, c oznacza długość przeciwprostokątnej. Prawdziwy jest wtedy wzór:

$$a^2 = b^2 + c^2$$



Dowód tw. Pitagorasa

Przedstawimy dowód oparty na podobieństwie trójkątów. Na początek poprowadzimy wysokość z wierzchołka przy kącie prostokątnym i oznaczmy ją przez h . Wierzchołki trójkąta oznaczmy przez A, B, C a punkt, w którym wysokość przecina przeciwprostokątną przez D . Niech a, b oznaczać długości przyprostokątnych, c oznacza długość przeciwprostokątnej.



Z własności wysokości, wiemy, że $\angle ADC$ i $\angle BDC$ są kątami prostymi. Wobec tego $|\angle ACD| = |\angle ABC| = |\angle ACD|$ oraz $|\angle BCD| = |\angle BAC| = |\angle DAC|$, oznaczmy $\angle ACD = \beta$ oraz $\angle ABC = \alpha$.

Możemy wywnioskować więc, że $\triangle ADC$, $\triangle ACB$ oraz $\triangle BCD$ są trójkątami podobnymi na podstawie cechy KKK.

Zauważmy, że $\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{c_1}{b}$. Stąd $b^2 = c * c_1$.

Zauważmy, że $\cos \beta = \frac{a}{c} = \frac{c_2}{a}$. Stąd $a^2 = c * c_2$.

Wiemy, że $c_1 + c_2 = c$.

Wobec tego $a^2 + b^2 = cc_2 + cc_1 = c(c_2 + c_1) = c^2$.

