KONSPEKT LEKCJI MATEMATYKI

Informacje ogólne:

Klasa: I liceum

Temat lekcji: Logarytmy.

Typ lekcji: wprowadzająca.

Cele dydaktyczne:

Uczeń:

- zna i podaje definicję logarytmu;
- wymienia warunki, które musi spełniać podstawa logarytmu i liczba logarytmowana;
- oblicza logarytmy podanych liczb;
- przy obliczaniu logarytmu umie posłużyć się odpowiednim równaniem wykładniczym;
- potrafi prawidłowo przeczytać logarytm;
- wie co to jest logarytm dziesiętny i logarytm naturalny;
- doskonali umiejętność wykonywania działań na potęgach.

Metody pracy:

- pokaz, obserwacja;
- pogadanka, dyskusja;
- ćwiczenia;
- ćwiczenia interaktywne.

Formy pracy:

- indywidualna;
- z całą klasą.

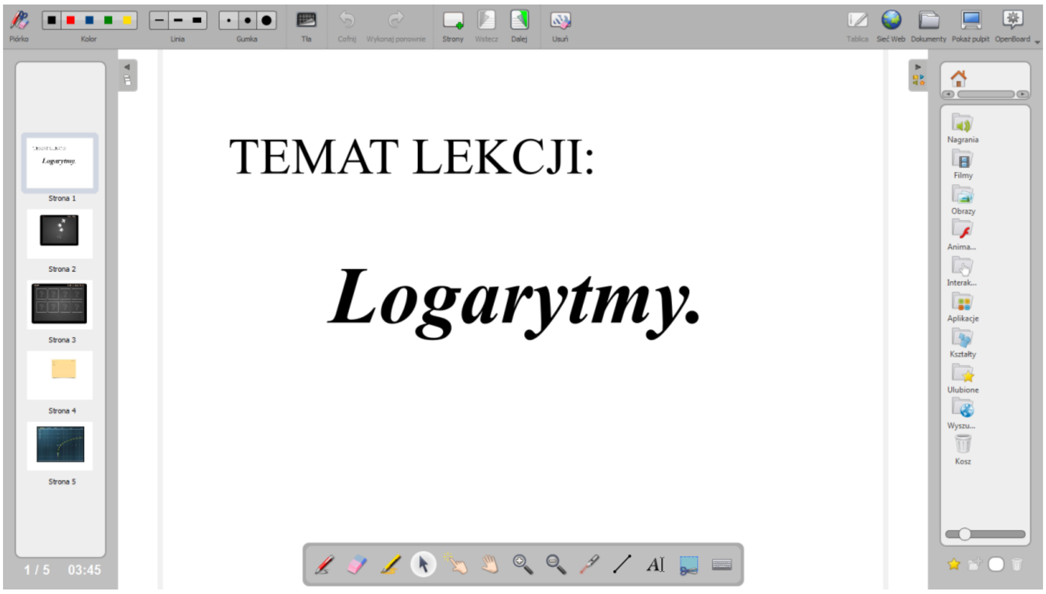
Pomoce i środki dydaktyczne:

Tablica interaktywna, pisak interaktywny, oprogramowanie OpenBoard, plik: logarytmy.ubz (załącznik).

Czas: 45 minut

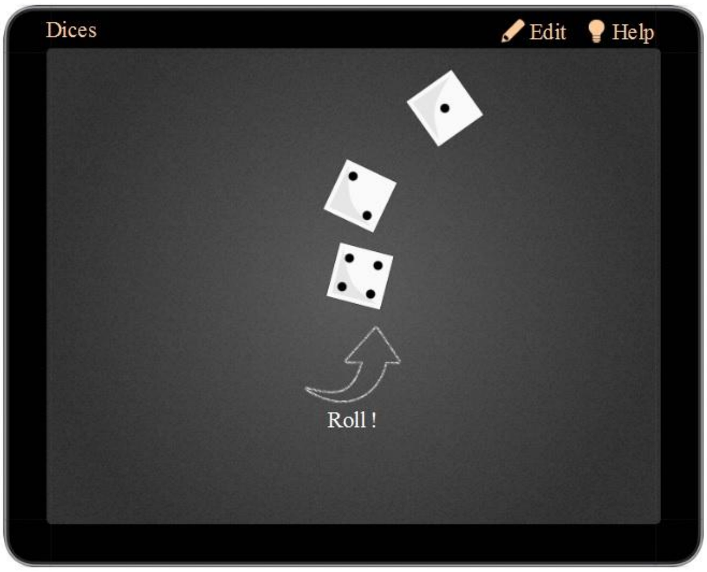
Przebieg lekcji:

1. Czynności organizacyjne: przywitanie się, sprawdzenie obecności.
2. Podanie i wyświetlenie na tablicy tematu lekcji: *Logarytmy.*



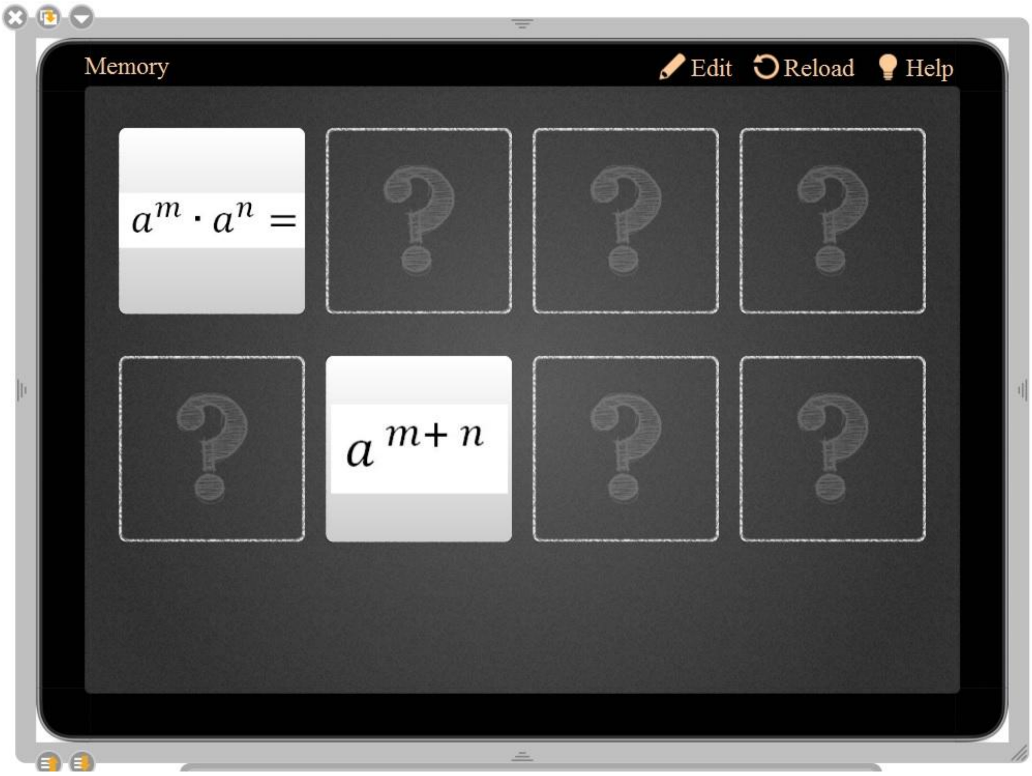
3. Wprowadzenie do tematu – przypomnienie wiadomości z wcześniejszych zajęć, m.in. jak można zapisać pierwiastek za pomocą potęgi; jak oblicza się potęgę o wykładniku wymiernym, potęgę o wykładniku ujemnym, potęgę potęgi; przypomnienie wzoru na iloczyn potęg o tych samych podstawach.

   N wyznacza jedną osobę za pomocą aplikacji Dices programu OpenBoard. N wybiera liczbę kostek i klika – rzuca kostkami. Osoba, której numer z dziennika jest równy sumie wyrzuconych oczek, zostaje wybrany i podchodzi do tablicy.



Wybrany uczeń musi zagrać w memory (aplikacja OpenBoard). N wcześniej przygotowuje grę – tak, aby uczeń połączył prawe i lewe strony podanych równań:

$\frac{1}{a} = a^{-1}$, $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, $(a^m)^n = a^{m\,n}$, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.



4. Nauczyciel zapisuje na tablicy treść zadania i wybiera uczniów do rozwiązania poszczególnych przykładów.

Tablica: <u>Zad.1. Znajdź liczbę x spełniającą równanie.</u>

a) $2^x = 4$ x = 2, bo $2^2 = 4$

b) $2^x = 8$ x = 3, bo $2^3 = 8$

c) $5^x = \frac{1}{25}$ x = -2, bo $5^{-2} = \frac{1}{25}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2$ x = -1, bo $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$

5. N: Zadanie, które przed chwilą rozwiązaliśmy, mogłam zapisać w ten sposób:

   Tablica: <u>Oblicz:</u> $\log_2 4$

   $\log_2 8$

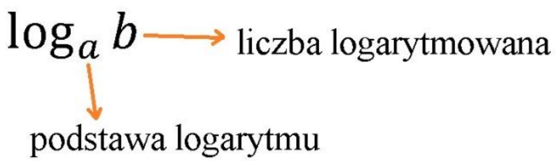
   $\log_5 \frac{1}{25}$

   $\log_{\frac{1}{2}} 2$

   N: Obliczenie logarytmu przy podstawie 2 z 4 jest równoznaczne ze znalezieniem x w równaniu: $2^x = 4$. Tak samo obliczenie logarytmu przy podstawie 5 z $\frac{1}{25}$ jest równoznaczne ze znalezieniem x w równaniu: $5^x = \frac{1}{25}$.

6. Definicja logarytmu.

   N wyświetla na tablicy:



   N: Tak zapisujemy logarytm przy podstawie a z b. „a" jest podstawą logarytmu, a „b" – liczbą logarytmowaną. Uwaga: a i b muszą być dodatnie oraz a musi być różne od 1.

   N zapisuje na tablicy założenia:

   - a > 0, a ≠ 1
   - b > 0

   Następnie podaje notatkę do zeszytu: *Logarytmem przy podstawie a (a > 0, a ≠ 1) z liczby dodatniej b nazywamy taką liczbę, do której podniesiona podstawa daje liczbę logarytmowaną.*

   N mówi jeszcze raz to, co uczniowie przed chwilą zapisali w zeszycie, pisząc jednocześnie na tablicy:

   $\log_a b = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = b$

7. N zapisuje na tablicy przykłady:

• $\log_3 27$	• $\log_4 \frac{1}{16}$	• $\log_{12} 144$
• $\log_7 \sqrt{7}$	• $\log_{81} 9$	• $\log_{\frac{1}{3}} 81$
• $\log_3 3\sqrt{3}$	• $\log_{\frac{\sqrt{3}}{9}} 27$	• $\log_{\frac{1}{4}} 2\sqrt[3]{2}$

Chętny uczeń podchodzi do tablicy i rozwiązuje dany przykład, pozostali uczniowie pracują samodzielnie w zeszytach.

Nauczyciel prosi każdego ucznia o przeczytanie swojego logarytmu lub pyta o liczbę logarytmowaną i podstawę logarytmu („*Jak nazywa się liczba 3 w tym równaniu? Czym jest 27 w tym równaniu?*”) – w ten sposób uczniowie oswajają się i utrwalają nowe pojęcia.

Tablica:

$\log_3 27 = x$

$3^x = 27$

$x = 3$

$\log_4 \frac{1}{16} = x$

$4^x = \frac{1}{16}$

$4^x = \frac{1}{4^2}$

$4^x = 4^{-2}$

$x = -2$

$\log_{12} 144 = x$

$12^x = 144$

$12^x = 12^2$

$x = 2$

$\log_7 \sqrt{7} = x$

$7^x = \sqrt{7}$

$7^x = 7^{\frac{1}{2}}$

$x = \frac{1}{2}$

$\log_{81} 9 = x$

$81^x = 9$

$(9^2)^x = 9$

$9^{2x} = 9^1$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

$\log_{\frac{1}{3}} 81 = x$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^4$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)^4$

$x = -4$

$\log_3 3\sqrt{3}$ = x

3^x = $3\sqrt{3}$

3^x = 3 $\cdot$ $3^{\frac{1}{2}}$

3^x = $3^{1\frac{1}{2}}$

x = $1\frac{1}{2}$

$\log_{\frac{\sqrt{3}}{9}} 27$ = x

$\left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right)^x$ = 27

$\left(\frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^2}\right)^x$ = 3^3

$\left(3^{-1\frac{1}{2}}\right)^x$ = 3^3

$-1\frac{1}{2}$ x = 3

x = -2

$\log_{\frac{1}{4}} 2\sqrt[3]{2}$ = x

$\left(\frac{1}{4}\right)^x$ = $2\sqrt[3]{2}$

$(2^{-2})^x = 2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$

$2^{-2x} = 2^{1\frac{1}{3}}$

-2x = $1\frac{1}{3}$ | : (-2)

x = $\frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

x = $-\frac{2}{3}$

→ W razie problemów nauczyciel zadaje pomocnicze pytania typu: „Jak inaczej moglibyśmy zapisać ułamek $\frac{1}{16}$? Czy dałoby się to zrobić za pomocą 4? Do której potęgi trzeba podnieść liczbę 4, żeby otrzymać 16? Jakie wykładniki zmieniają nam liczbę na jej odwrotność?”

8. N zapisuje na tablicy następujący przykład: log 1000 i pyta uczniów jak go rozwiązać. Uczniowie zauważają, że nie ma podstawy logarytmu.
N wyjaśnia, że istnieją również logarytmy dziesiętne, które mają w podstawie 10, ale umownie nie pisze się tej 10. „Jest to taka podstawa niewidka”.
U wykonują przykłady:

log 1000 = x

10^x = 1000

x = 3

log 100000 = x

10^x = 100000

x = 5

log 0,01 = x

10^x = 0,01

$10^x = \frac{1}{100}$

$10^x = 10^{-2}$

x = -2

9. Uczniowie rozwiązują kolejne przykłady:
$\log_8 1$ = x
8^x = 1
x = 0

$\log_{\frac{3}{5}} 1 = x$

$\left(\frac{3}{5}\right)^x = 1$

x = 0

N: Logarytm, którego liczba logarytmowana wynosi 1, zawsze równy jest 0. Podstawą logarytmu może być jakakolwiek liczba, ponieważ każda liczba podniesiona do potęgi 0 daje 1.

$\mathbf{\log_a 1 = 0}$

$\log_7 7 = x$

$7^x = 7$

x = 1

N: Logarytm, którego podstawa i liczba logarytmowana są równe, zawsze wynosi 1.

$\mathbf{\log_a a = 1}$

10. N: Istnieją również logarytmy naturalne, których podstawą jest liczba e. Liczba e jest nazywana liczbą Eulera, która wynosi w przybliżeniu 2,72. Logarytmy naturalne zapisujemy w ten sposób: *(N pisze na tablicy)*

$\ln 5 = \log_e 5$

N pokazuje uczniom wykres funkcji: f(x) = lnx za pomocą aplikacji GraphMe.

11. Podsumowanie lekcji.

    N zadaje pytania:

    → Jakie nowe pojęcie poznaliśmy na dzisiejszej lekcji?

    → Co to jest logarytm? Kto mi poda definicję, którą zapisywaliście w zeszytach?

    → Jakie warunki musi spełniać podstawa logarytmu?

    → Jakie warunki musi spełniać liczba logarytmowana?

    → Jakie rodzaje logarytmów poznaliśmy?

12. Zadanie domowe – N wyświetla na tablicy przykłady do rozwiązania w domu, uczniowie przepisują je do zeszytu:

    • $\log_2 32$, • $\log_5 \frac{1}{125}$, • $\log_{27} 3$, • $\log_6 1$, • $\log 0{,}001$, • $\log_{\frac{1}{2}} 2\sqrt{2}$

Uwagi do lekcji:

Lekcję przeprowadzamy na tablicy interaktywnej. Korzystamy z gotowego pliku logarytmy.ubz, na którym są aplikacje opisane w konspekcie. Plik możemy duplikować (warto do każdej klasy utworzyć osobną kopię). Wszystkie rachunki, rozwiązania zapisujemy na tablicy (automatycznie zapisują się w utworzonej kopii), dzięki czemu w każdej chwili możemy wrócić do danej lekcji z daną klasą, możemy sprawdzić co zostało zrobione, a co nie. Plik możemy eksportować do PDF i wysłać np. nieobecnemu uczniowi. Mamy również dowód, gdy uczniowie będą skarżyć, że coś nie pojawiło się na lekcji, a pojawiło się na sprawdzianie.