

# 1 Wykład 1 - 24 lutego 2022

## 1.1 Przegląd zagadnień

### 1.1.1 Tematyka zajęć

Lista zagadnień będących przedmiotem wykładu (prawdopodobnie się powiększy)

1. przestrzeń liniowa;
2. przestrzeń unitarna;
3. liczby zespolone;
4. przekształcenia liniowe (macierze);
5. iloczyn skalarny;
6. iloczyn tensorowy;
7. kubit;
8. bramka kwantowa;
9. teoria grup;
10. notacja Diraca.

### 1.1.2 Algorytmy

Po omówieniu teorii będziemy implementować następujące algorytmy:

1. algorytm teleportacji kwantowej;
2. algorytm Deutscha;
3. algorytm Deutscha-Jozsy;
4. algorytm faktoryzacji Shor'a;
5. algorytm Grovera;
6. algorytm Simona;
7. być może algorytmy grafowe.

### 1.1.3 Literatura

Proponowana literatura do wykładu:

1. Mika Hirvensalo - Algorytmy kwantowe

## 1.2 Wykład merytoryczny

### 1.2.1 Liczby zespolone

**Postać algebraiczna** Liczba zespolona ma następującą postać algebraiczną:

$$\alpha = a + bi$$

gdzie  $a$  oznacza część rzeczywistą, a  $bi$  część urojoną.

Liczby zespolone są grupą abelową ze względu na dodawanie (operacja łączna przemienne, ma element neutralny, dla każdego elementu istnieje element przeciwny). Dla mnożenia liczby zespolone też są grupą, bez zera, inny natomiast jest element neutralny (1), nie ma elementu przeciwnego, występuje zaś element odwrotny.

Zbiór z dwoma operacjami tworzy ciało, dochodzi do tego rozdzielność mnożenia względem dodawania.

### Własności liczb zespolonych

**Sprzężenie zespolone** Sprzężenie zespolone można interpretować jako odbicie liczby względem osi wartości rzeczywistych.

$$\bar{\alpha} = a - bi$$

**Moduł liczby zespolonej** Moduł liczby zespolonej może być interpretowany jako odległość liczby od środka układu współrzędnych wyznaczanego przez oś wartości rzeczywistych i oś wartości urojonych:

$$|\alpha| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

**Własności liczb zespolonych** Liczby zespolone posiadają następujące własności:

1.  $\alpha + \bar{\alpha} = 2a$
2.  $\alpha\bar{\alpha} = a^2 + b^2 = |\alpha|^2$
3.  $|\alpha||\beta| = |\alpha\beta|$
4.  $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$

**Postać trygonometryczna**

**Argument zespolony**  $\varphi$  jest *argumentem* liczby zespolonej.

$$\arg\alpha = \varphi + 2k\pi$$

Założenie, że  $\arg\alpha$  jest z przedziału od  $-\pi$  do  $\pi$  jest *głównym argumentem* liczby zespolonej ( $\text{Arg}\alpha$ )

$$\cos(\varphi) = \frac{a}{|\alpha|}$$

$$\sin(\varphi) = \frac{b}{|\alpha|}$$

$$a = |\alpha| \cos(\varphi)$$

$$b = |\alpha| \sin(\varphi)$$

$$\alpha = |\alpha|(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$$

$$\alpha\beta = r_1 r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$$

$$e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i \sin(\varphi)$$

**Wzór de Moivre'a** Wzór na  $n$ -tą potęgę liczby zespolonej:

$$z^n = |z|^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$$